

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DE LAJES MACIÇAS APOIADAS SOBRE APOIOS RÍGIDOS

RODOVALHO, Gabriel Marcos Ávila

*Discente, Bacharelado em Engenharia Civil, UniEVANGÉLICA - Centro Universitário de Anápolis
(gabrielrodovalho@gmail.com)*

RODOVALHO, Matheus Ávila

*Discente, Bacharelado em Engenharia Civil, UniEVANGÉLICA - Centro Universitário de Anápolis
(matheus_rodovalho@hotmail.com)*

FELICIANO, Aurélio Caetano

Professor Especialista, Bacharelado em Engenharia Civil, UniEVANGÉLICA - Centro Universitário de Anápolis (aureliocfeng@gmail.com)

RESUMO

Foram estudados no presente trabalho, alguns dos diferentes métodos que são usualmente empregados para a obtenção de momentos fletores solicitantes e deslocamentos elásticos imediatos (flechas) em lajes maciças. Os resultados obtidos por esses métodos variam em grau de aproximação. Portanto, o objetivo do trabalho consistiu em comparar, examinar e apurar se a diferença entre os resultados obtidos por cada um desses métodos é realmente significativa. Para a realização do estudo, foram analisadas seis lajes maciças de um pavimento tipo, as quais, se diferenciaram em razão das dimensões dos vãos e das condições de vinculação. Em favor de uma comparação mais precisa, para todos os métodos examinados, foram admitidas lajes apoiadas sobre apoios rígidos, e os momentos fletores obtidos foram compatibilizados e corrigidos. Com os valores encontrados, verificou-se que dos métodos estudados, o de Marcus foi o que mais subestimou os momentos fletores positivos e negativos, sendo portanto, o mais desfavorável para o dimensionamento da estrutura, do ponto de vista de segurança. Observou-se também que entre o método de Bares, método de Czerny e o método dos elementos finitos (MEF), não houve variações significantes.

PALAVRAS-CHAVE

Lajes Maciças. Momentos Fletores. Deslocamentos. Métodos.

1 INTRODUÇÃO

Devido a vasta utilização das estruturas de concreto armado no mundo, principalmente no Brasil, torna-se indispensável para o engenheiro civil, conhecer o comportamento dessas estruturas nas edificações e prevenir acontecimentos indesejados durante a sua vida útil. Portanto, é importante que os novos engenheiros que são inseridos no mercado de trabalho, conheçam o funcionamento dos métodos de cálculo que são usualmente empregados para analisar o comportamento dos elementos estruturais.

Com isso, os diferentes métodos que são utilizados para a análise de lajes maciças, distinguem-se não apenas no procedimento de cálculo, mas também em grau de aproximação. Segundo Clímaco (2016), dentre os diferentes métodos que são usualmente empregados para a análise de lajes maciças no regime elástico, estão os métodos clássicos, métodos baseados na teoria da elasticidade e métodos mistos. Desta forma, têm-se os métodos simplificados mais utilizados para a análise de lajes maciças no Brasil, sendo eles, o método de Marcus, método de Bares e método de Czerny.

Com o advento da informática, foram e estão sendo desenvolvidos vários programas computacionais voltados à engenharia, os quais proporcionam ao engenheiro uma economia de tempo e aumento na produtividade. Dentre estes, estão os softwares de análise estrutural, que para prever valores aproximados do real comportamento da estrutura, adotam em grande parte, técnicas de integração numérica, como por exemplo, o método dos elementos finitos (MEF) pela teoria da elasticidade (CLÍMACO, 2016).

2 METODOLOGIA

2.1 PROPRIEDADES DO CONCRETO ARMADO

Antes de se iniciar o cálculo de uma laje deve-se determinar os valores característicos do concreto armado, sendo estes valores definidos por algumas normas regulamentadoras, como a NBR 6118: 2014. Assim, definido a resistência característica do concreto (f_{ck}), pode -se determinar as demais características do concreto armado.

2.2 LAJES MACIÇAS

2.2.1 Espessura das lajes

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece os limites mínimos para a espessura de lajes maciças. Desta forma, a norma recomenda uma espessura de no mínimo 8 cm para lajes de piso não em balanço e 10 cm para lajes em balanço.

2.2.2 Vãos de cálculo

Araújo (2010) recomenda adotar como vão de cálculo a distância entre os centros dos apoios quando a largura das vigas não for muito grande. Assim, será considerado como vão de cálculo a distância entre os centros dos apoios para as lajes do projeto estrutural apresentado.

2.2.3 Classificação de lajes retangulares

Para que sejam obtidos os esforços solicitantes atuantes em uma laje, deve-se classificar esta como laje armada em uma direção (1D) ou laje armada em duas direções (2D), tendo como parâmetro (λ) a relação entre o vão maior l_y dividido pelo vão menor l_x , onde a laje será 1D quando o valor dessa relação for maior que 2. Visto que o procedimento de cálculo para a determinação dos esforços em lajes 2D é mais complexo, emprega-se métodos de cálculo diferenciados.

2.2.4 Carregamento nas lajes

A NBR 6120 (ABNT, 1980) fixa as condições que são exigidas para determinar os valores das cargas permanentes e acidentais que devem ser consideradas no projeto de estrutura de edificações, qualquer que seja sua classe e destino, salvo os casos previstos em normas especiais. Portanto, para o cálculo da carga total deve-se primeiro calcular as cargas permanentes e acidentais, e posteriormente soma-las.

2.2.5 Momentos fletores

Para o cálculo dos momentos fletores em lajes 1D, considera-se uma faixa de largura unitária na direção do menor vão, o momento fletor para essa direção pode ser calculado de maneira simplificada e a favor da segurança, e é obtido como para uma viga de largura unitária (ARAÚJO, 2010). Já para lajes 2D, o cálculo para a obtenção dos momentos pode ser feito por diferentes métodos, que variam em grau de aproximação.

Conforme Clímaco (2016), o método de Marcus é provavelmente o método misto mais utilizado no Brasil para o cálculo dos momentos fletores de lajes em cruz, o qual é classificado pelo autor como método prático. Este método corrige os momentos obtidos pela teoria das grelhas, por meio de coeficientes obtidos da solução da equação de Lagrange pela teoria da elasticidade.

O método dos elementos finitos é um método numérico que pode ser utilizado para a análise de placas. Na engenharia esse método é bastante utilizado para resolver diversos problemas, como análise estrutural, fluxo de fluidos, condução de calor, dispersão de poluentes, etc. A generalidade da formulação é o grande atrativo do método, pois permite que um conjunto de rotinas de cálculo seja utilizado para solucionar diferentes problemas (ARAÚJO, 2010). Para a análise das lajes pelo MEF será utilizado o software computacional SAP2000®.

O processo de cálculo de placas por séries trigonométricas é bastante adequado para a confecção de quadros, os quais facilitam e possibilitam a determinação de momentos fletores máximos a partir da geometria e das condições de vinculação da placa. Dentre as tabelas que são usualmente empregadas para o cálculo de placas por séries trigonométricas, estão as tabelas de Bares e Czerny, as quais fornecem coeficientes que variam em função das vinculações dos bordos e da relação do maior vão com o menor vão da laje.

2.2.6 Compatibilização dos momentos fletores

Em um pavimento, as lajes com bordos em comum se diferem nas condições de apoio, nos vãos ou nas cargas, resultando dois valores diferentes para o momento negativo. Entretanto, como a estrutura se comporta de forma monolítica, ou seja, o momento fletor negativo no bordo tem um único valor, é permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2014) um processo de compatibilização desses momentos (CLÍMACO, 2016).

2.2.7 Estádios de comportamento do concreto

O desempenho de uma seção de concreto é caracterizado durante um processo de aplicação de carga, que se inicia do zero e vai até a ruptura. Durante o carregamento, é possível notar que a seção de concreto passa por diversas fases, as quais é basicamente dividida em três: estágio I, estágio II e estágio III (PINHEIRO, 2007).

2.2.8 Flechas

A flecha imediata (f_i) ocorre logo após a introdução do carregamento permanente no elemento estrutural. Desta forma, para lajes maciças retangulares armadas em duas direções, apoiadas em todo o contorno, é recomendável utilizar um processo mais preciso para determinar flechas imediatas, que considere a rigidez como placa. Desta forma, através dos métodos de cálculo elástico de Bares e Czerny, é possível resolver a equação diferencial de Lagrange para placas fletidas, por séries trigonométricas simples.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a realização do estudo, foi elaborado um projeto estrutural simples de um pavimento composto por onze lajes retangulares.

3.1 VÃOS DE CALCULO, CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES E CARREGAMENTO

Tabela 1 – Classificação das lajes

Laje	l_x	l_y	λ	Classificação das lajes retangulares	Carga Total (p)
L1 = L10	3,00	4,60	1,53	2D	6,85
L2 = L11	3,40	4,60	1,35	2D	5,44
L3 = L9	3,00	4,00	1,33	2D	7,06
L4 = L7	3,00	3,80	1,27	2D	5,44
L5 = L8	3,00	3,80	1,27	2D	7,14
L6	3,00	2,80	1,07	2D	5,94

Fonte: Próprios autores, 2018.

Foram definidos os vãos de cálculo, a classificação das lajes, a relação entre os vãos (λ) e o carregamento conforme pode-se observar na Tabela 1.

3.2 VALORES PRÉ DEFINIDOS PARA AS LAJES DE CONCRETO

Para efeitos de cálculo, considerou-se que o edifício estará localizado em zona urbana e que a estrutura estará coberta de argamassa. Portanto, será adotado a classe de agressividade ambiental II, o concreto C25 e um cobrimento nominal de 25 mm.

3.3 COMPARAÇÃO DO RESULTADOS

Com a finalidade de verificar as diferenças entre os resultados obtidos utilizando os diferentes métodos de cálculo estudados no presente trabalho, foram estes, comparados entre si. Desta forma, são feitas as comparações dos resultados obtidos para as lajes isoladas sem a compatibilização e correção dos momentos. Têm-se os valores obtidos dispostos nas tabelas a seguir.

Tabela 2 – Comparação dos momentos positivos Mx para lajes isoladas

Momentos fletores positivos no eixo x				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	2,09	2,33	2,40	2,38
L2 = L11	3,02	3,37	3,13	3,38
L3 = L9	2,71	2,64	2,67	3,00
L4 = L7	1,62	1,68	1,64	1,79
L5 = L8	2,58	2,54	2,58	2,85
L6	0,78	0,96	1,00	0,95

Fonte: Próprios autores, 2018.

Tabela 3 – Comparação dos momentos positivos My para lajes isoladas

Momentos fletores positivos no eixo y				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	0,78	0,94	1,27	1,11
L2 = L11	1,30	1,47	1,66	1,72
L3 = L9	1,53	1,71	1,82	1,84
L4 = L7	1,15	1,37	1,36	1,40
L5 = L8	1,60	1,76	1,87	1,90
L6	1,32	1,53	1,56	1,58

Fonte: Próprios autores, 2018.

Tabela 4 – Comparação dos momentos negativos Xx para lajes isoladas

Momentos fletores negativos no eixo x				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	-4,70	-4,93	-4,93	-4,92
L2 = L11	-7,00	-6,74	-6,69	-6,61
L3 = L9	-6,02	-5,95	-5,94	-6,03
L4 = L7	-3,45	-4,31	-3,86	-3,82
L5 = L8	-5,80	-5,80	-5,79	-5,82
L6	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Próprios autores, 2018.

Tabela 5 – Comparação dos momentos negativos Xy para lajes isoladas

Momentos fletores negativos no eixo y				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	-1,52	-3,53	-3,52	-3,47
L2 = L11	0,00	0,00	0,00	0,00
L3 = L9	-3,40	-4,96	-4,96	-4,94
L4 = L7	-2,87	-3,60	-3,63	-3,55
L5 = L8	-3,60	-4,96	-4,98	-4,93
L6	-3,35	-3,35	-3,37	-3,37

Fonte: Próprios autores, 2018

Os valores para as comparações dos momentos fletores compatibilizados e corrigidos para as lajes contínuas estão dispostos nas tabelas a seguir.

Tabela 6 – Comparação dos momentos positivos Mx para lajes contínuas

Momentos fletores positivos no eixo x				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	2,09	2,33	2,40	2,15
L2 = L11	3,59	3,82	3,57	3,51
L3 = L9	3,04	2,90	2,92	3,13
L4 = L7	1,62	1,68	1,64	1,65
L5 = L8	3,16	2,92	3,06	3,05
L6	0,78	0,96	1,00	1,10

Fonte: Próprios autores, 2018

Tabela 7 – Comparação dos momentos positivos My para lajes contínuas

(continua)

Momentos fletores positivos no eixo y				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L1 = L10	0,78	0,94	1,27	1,15
L2 = L11	1,30	1,47	1,66	1,87
L3 = L9	1,66	2,05	2,15	1,90

Tabela 7 – Comparação dos momentos positivos My para lajes contínuas

(conclusão)

Momentos fletores positivos no eixo y				
Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
L4 = L7	1,15	1,43	1,42	1,24
L5 = L8	1,96	2,12	2,23	2,06
L6	1,56	1,53	1,56	1,65

Fonte: Próprios autores, 2018.

Tabela 8 – Comparação dos momentos negativos Xx para lajes contínuas

Momento negativo em x	Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
X1	L1 = L10	5,85	5,83	5,81	5,74
	L2 = L11				
X2	L1 = L10	5,36	5,44	5,44	5,30
	L3 = L9				
X3	L4 = L7	4,64	5,06	4,82	4,84
	L5 = L8				

Fonte: Próprios autores, 2018.

Tabela 9 – Comparação dos momentos negativos Xy para lajes contínuas

Momento negativo em y	Laje	Método de Marcus	Método de Bares	Método de Czerny	MEF
Y1	L1 = L10	2,88	4,24	4,25	3,53
	L5 = L8				
Y2	L3 = L9	3,14	4,28	4,30	4,25
	L4 = L7				
Y3	L4 = L7	3,11	3,48	3,50	2,65
	L6				

Fonte: Próprios autores, 2018.

Por fim são comparadas as flechas imediatas obtidas pelos métodos de Bares, Czerny e MEF nas tabelas a seguir.

Tabela 10 – Comparação das flechas imediatas

Laje	Flecha inicial "f_i" (mm)			
	Bares	Czerny	MEF - Lajes isoladas	MEF - Lajes contínuas
L1 = L10	0,618	0,619	0,630	0,490
L2 = L11	1,359	1,366	1,400	1,530
L3 = L9	0,886	0,886	0,950	1,040
L4 = L7	0,540	0,541	0,560	0,450
L5 = L8	0,853	0,852	0,900	1,040
L6	0,350	0,351	0,360	0,400

Fonte: Próprios autores, 2018.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo verificar a precisão de alguns dos diferentes métodos simplificados que são usualmente empregados para o cálculo e análise de momentos fletores e deslocamentos elásticos em lajes maciças retangulares, tais como o método de Marcus, Bares e Czerny. Para isso foram estabelecidas comparações, em que se teve como base os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos (MEF). Com isso, conclui-se que o principal objetivo foi alcançado.

Com as comparações, foi possível verificar que de todos os métodos estudados, o de Marcus foi o que mais subestimou os momentos fletores positivos e negativos, sendo portanto, o menos favorável para o dimensionamento da estrutura, do ponto de vista de segurança. Também foi observado que não houve uma diferença significativa entre os resultados obtidos pelos métodos de Bares, Czerny e MEF.

Através das análises das flechas obtidas pelos métodos de Bares, Czerny e MEF para lajes isoladas, percebeu-se que os valores tiveram pequenas divergências. Considerando o comportamento monolítico da estrutura pelo MEF, os valores se divergiram um pouco mais devido a influencia dos esforços nas lajes vizinhas.

É correto afirmar que os cálculos para a obtenção dos momentos fletores e deslocamentos pelos métodos simplificados que foram estudados, são confiáveis e úteis para a análise de lajes maciças retangulares. Porém, é importante frisar que mesmo com as correções feitas por meio das compatibilizações, para todos os casos estudados foram desconsiderados apoios flexíveis e considerados apoios totalmente rígidos, o que é inadequado para prever o comportamento real da laje, visto que existe a deformação das vigas.

Desta forma, para a continuidade do trabalho sugere-se uma análise comparativa entre métodos de cálculo de lajes em concreto armado apoiadas sobre apoios deformáveis, prevendo assim um resultado mais aproximado da realidade.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 2.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. **Estruturas de concreto armado**: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 3ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier; Brasília: Ed. UnB, 2016.

PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P. **Fundamentos do concreto e projetos de edifícios**. São Carlos, SP, 2007. Universidade de São Paulo - USP.